Critères d'identification des structures cohérentes appliqués aux écoulements visco-élastiques turbulents dans un canal plan.

R. S. Martins [a], A. S. Pereira [a], G. Mompean [a] et R. L. Thompson [b]

[a] *Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), École Polytechnique Universitaire de Lille, Université des Sciences et Technologies de Lille*

[b] *Laboratório de Mecânica Teórica Aplicada (LMTA), Universidade Federal Fluminense, UFF (Brésil)*

Résumé : Les écoulements turbulents présentent de nombreuses régions compactes et temporellement cohérentes connues génériquement sous l'appellation de 'structures cohérentes'. On sait par ailleurs que la taille des structures cohérentes augmente lorsqu'on dilue un polymère élastique dans un solvant newtonien. La compréhension de ces structures est fortement liée au concept de vortex, dont la définition fait encore aujourd'hui l'objet de polémiques au sein de la communauté scientifique. Notamment, le rôle joué par l'objectivité (l'invariance vis-à-vis du mouvement de l'observateur) dans la définition du vortex demeure une question largement ouverte. En revanche, les 4 critères usuels d'identification des structures cohérentes, à savoir les critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci}, sont non-objectifs car ils utilisent tous le taux de rotation du fluide qui est une quantité dépendante de l'observateur. Dans le présent travail, nous proposons une redéfinition objective pour ces 4 critères classiques en utilisant le concept de taux de rotation relatif défini comme la différence entre le taux de rotation usuel et le taux de rotation des vecteurs propres du tenseur de déformation. Des analyses préliminaires sont effectuées sur l'écoulement d'Arnold-Beltrami-Childress (ABC) présentant un champ de vitesse analytique donné par des fonctions trigonométriques circulaires. Ensuite, les 8 critères sont appliqués aux champs de vitesses instantanés obtenus par simulation numérique directe d'écoulements newtoniens et visco-élastiques turbulents en canal plan. L'analyse sera ici menée pour 4 nombres de Reynolds frictionnels (Re_τ = 180, 395, 590 et 1000), en mettant l'accent sur la différence entre critères d'identification objectifs et non-objectifs, et entre écoulements newtoniens et non-newtoniens.

Mots-clés : Structures cohérentes en turbulence ; fluide visco-élastique ; objectivité ; écoulement dans un canal plan.

[Abridged English version on last page]

1. Introduction

Les écoulements turbulents présentent des nombreuses régions compactes et temporellement cohérentes connues comme structures cohérentes. La compréhension de ces structures est fortement liée au concept de vortex. Cependant, en dépit des efforts et des nombreuses études en concernant la dynamique des fluides, il n'y a pas, parmi les chercheurs, un consensus ni pour la définition de vortex ni pour les caractéristiques que celle-ci doit emporter. La mise en place d'une connaissance solide de la dynamique des tourbillons peut permettre une meilleure compréhension de divers phénomènes comme le transfert de chaleur, les mélanges, la combustion, la traînée hydrodynamique et la génération des bruits et des vibrations induits par tourbillons, aussi bien que la proposition des modèles de turbulence plus sophistiqués et efficientes.

1.1 Quatre définitions classiques de vortex

On trouve dans la littérature quatre définitions de vortex largement employées, à savoir les critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci}.

Selon le critère Q, proposé par Hunt, Wray et Moin [1], un vortex est défini comme une région où

$$Q = \frac{1}{2}\left(\|W\|^2 - \|D\|^2\right) > 0\,. \qquad (1)$$

$\boldsymbol{D}$ représente le tenseur taux de déformation, $\boldsymbol{W}$ indique le tenseur de rotation et la double barre, || ||, représente la norme euclidienne de chaque tenseur.

D'après Chong, Perry et Cantwell [2], les chercheurs qui proposent le critère Δ, un vortex est défini comme les régions où

$$\Delta = \left(\frac{Q}{3}\right)^3 + \left(\frac{\det(\nabla u)}{2}\right)^2 > 0\,. \qquad (2)$$

Dans l'équation (2), $\det(\nabla \boldsymbol{u})$ fait référence au déterminant du tenseur gradient de vitesse, $\nabla \boldsymbol{u}$.

Jeong et Hussain [3] introduisent le critère λ_2 en définissant un vortex comme une région où la deuxième plus grande valeur propre du tenseur $\mathbf{D}^2 + \mathbf{W}^2$ est négative :

$$\lambda_2^{D^2+W^2} < 0. \quad (3)$$

Enfin, Zhou, Adrian, Balanchandar et Kendall [4] définissent un vortex comme la partie complexe des valeurs propres du tenseur $\nabla \boldsymbol{u}$, ce qu'on appelle critère λ_{ci} (ou $\lambda_{ci}^{\nabla u}$).

Bien que les définitions Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} soyent largement utilisées, Lugt [5], Jeong et Hussain [3], Cucitore, Quadrio et Baron [6] et Haller [7] font la lumière sur des nombreux problèmes emportés par les quatre définitions ci-dessus. L'un des plus étonnants regarde la question de l'invariance des résultats par rapport aux transformations de l'observateur. Les critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} sont invariants par la transformation de Galilée. En d'autres mots, deux observateurs qui se baladent avec une vitesse relative constante, l'un par rapport à l'autre, trouvent des mêmes valeurs pour chaque critère. En revanche, ces quatre critères-là ne restent pas invariants face à un mouvement plus général tel qu'une rotation [7]. Ces quatre critères sont, d'ailleurs, non objectifs. Haller [7] fait valoir que, dans le cadre des écoulements tourbillonnaires, l'obtention de structures cohérentes différentes en fonction des différents référentiels choisis (comme le laboratoire, les frontières du domaine ou encore des entités tensorielles) est fortement insatisfaisante et, pire encore, non physique.

1.2 Ce qu'on attend d'une définition consistante de vortex

Astarita [8] souligne trois caractéristiques fondamentales pour un critère solide de classification d'écoulements :

(A) Le critère doit être *local* (celui qui peux être calculé dans un point de l'écoulement) ;

(B) Le critère doit être *objectif* (celui qui ne varie pas en fonctions d'une transformation euclidienne) ;

(C) Le critère doit être *général* et, en conséquence, appliqué à tous les genres d'écoulement, sans aucune restriction.

Le chercheur présente encore deux genres de classification d'écoulements, ceux qui doivent se rejoindre aux trois caractéristiques ci-dessus :

(D) La classification purement cinématique (ce qui ne considère pas les propriétés des matériaux) ;

(E) La classification qui considère aussi bien la cinématique que les propriétés des matériaux (comme le temps de relaxation du fluide).

Ainsi, d'après Astarita [8], un critère de classification d'écoulements doit garder les formes (A)-(B)-(C)-(D) ou (A)-(B)-(C)-(E).

Pour que les critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} emportent les caractéristiques prescrites par Astarita [8] nous proposons, dans le présent travail, une redéfinition objective pour ces quatre critères classiques en utilisant le concept de taux de rotation relatif défini comme la différence entre le taux de rotation usuel et le taux de rotation des vecteurs propres du tenseur de déformation. Des analyses préliminaires sont effectuées sur l'écoulement d'Arnold-Beltrami-Childress présentant un champ de vitesse analytique donné par des fonctions trigonométriques circulaires. Ensuite, nous présentons les résultats pour des écoulements turbulents newtoniens et visco-élastiques dans un canal plan. Cette analyse est ici menée pour 4 nombres de Reynolds frictionnels (Re_τ = 180, 395, 590 et 1000), en mettant l'accent sur la différence entre critères d'identification objectifs et non-objectifs, et entre écoulements newtoniens et non-newtoniens.

2. Une redéfinition objective de vortex pour les quatre critères classiques

De manière générale, les critères de classification d'écoulements qui figurent dans la littérature s'appuient sur des relations entre les tenseurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{W}$. Cependant, on remarque deux problèmes qui s'imposent à ce genre d'abordage : le manque d'objectivité de $\boldsymbol{W}$ et le manque d'une vraie séance d'antagonisme entre $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{W}$. Ces deux points nous adressent au concept de « persistance de déformation » [8, 9, 10, 11, 12]. Afin d'introduire succinctement ce concept, on imagine un écoulement plan, en considérant les valeurs propres et les vecteurs propres de la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse ($\boldsymbol{D}$) d'un tel écoulement. On imagine, tout d'abord, qu'un tout petit filament de matériau se trouve initialement aligné sur le vecteur propre de $\boldsymbol{D}$ lié à la plus grande valeur propre de ce tenseur. Ainsi, on peut dire que ce filament est étiré continuellement. Ensuite, on soupçonne deux scénarios. Dans le premier, on considère que le taux de rotation du filament de matériau en question, $\boldsymbol{W}$, et le taux de rotation des vecteurs propres de $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{\Omega}^{\boldsymbol{D}}$, sont identiques ($\boldsymbol{W} - \boldsymbol{\Omega}^{\boldsymbol{D}} = 0$). En d'autres mots, le taux de rotation relative entre le filament et la direction principale de $\boldsymbol{D}$, $\overline{W}$, est nul. Ainsi, dans l'instant suivant, on constatera que le filament de matériau continue aligné sur la direction principale de $\boldsymbol{D}$ et, par conséquent, qu'il continue à s'étirer (ce qu'on appelle une déformation persistante).

En revanche, si, pour le deuxième scénario, on considère que la rotation relative entre le filament de matériau et la direction principale de $\boldsymbol{D}$, est non nulle ($\overline{W} = \boldsymbol{W} - \boldsymbol{\Omega^D} \neq 0$), on constatera, dans l'instant suivant, que la rotation du filament de matériau représentera vraiment un soulagement de déformation (ce qu'on appelle une déformation non persistante).

Il est intéressant de remarquer que le tenseur taux de rotation relatif, $\overline{W}$, est une entité tensorielle objective qui garde une vraie séance d'antagonisme par rapport au tenseur $\boldsymbol{D}$. Cela motive les redéfinitions objectives des critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} proposées ici :

$$Q_s = \frac{1}{2}\left(\left\|\overline{W}\right\|^2 - \left\|D\right\|^2\right) > 0 \ ; \tag{4}$$

$$\Delta_s = \left(\frac{Q_s}{3}\right)^3 + \left(\frac{\det\left(\overline{\overline{\nabla u}}\right)}{2}\right)^2 > 0 \ ; \tag{5}$$

$$\lambda_2^{\,D^2+\overline{W}^2} < 0 \ ; \tag{6}$$

le critère λ_{ci} est redéfini comme la partie complexe des valeurs propres du tenseur $\overline{\overline{\nabla u}}$, ce qu'on appelle critère $\lambda_{ci}^{\,\overline{\overline{\nabla u}}}$. Le tenseur $\overline{\overline{\nabla u}}$ est défini comme :

$$\overline{\overline{\nabla u}} = D + \overline{W} \ . \tag{7}$$

Il est important de souligné que le critère Q_s a été premièrement proposé par Tabor et Klapper [13].

3. Les résultats

3.1 L'écoulement ABC

L'écoulement d'Arnold-Beltrami-Childress (ABC), proposé par Arnolds [14] et Childress [15], c'est l'un des plus utilisé dans des études des trajectoires chaotiques, en présentant un champ de vitesse analytique et transitoire donné par des fonctions trigonométriques circulaires :

$$u(z,y,t) = A(t)\sin(z) + B\cos(y), \tag{8}$$

$$v(x,z,t) = B\sin(x) + A(t)\cos(z), \tag{9}$$

$$w(x,y,t) = C\sin(y) + B\cos(x), \tag{10}$$

où $A(t) = \sqrt{3} + \left(1 - e^{-0{,}1t}\right)\sin(2\pi t)$, $B = \sqrt{2}$ et $C = 1$, ce qui rend les lignes de courants chaotiques [16]. L'intérêt par cet écoulement s'appuie sur sa remarquable capacité à reproduire des instabilités à haute fréquence [7, 17, 18].

Les résultats de l'application des huit définitions de vortex au champ de vitesse de l'écoulement ABC sont présentés sur la figure 1. Afin de mieux identifier les régions tourbillonnaires, les critères sont normalisés comme montré ci-dessous :

$$Q^* = \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left(\frac{\left\|W\right\|^2 - \left\|D\right\|^2}{\left\|W\right\|^2 + \left\|D\right\|^2}\right), \tag{11}$$

$$\Delta^* = \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left[\frac{\left(\left\|W\right\|^2 - \left\|D\right\|^2\right)^3 + \det(\nabla u)}{\left(\left\|W\right\|^2 + \left\|D\right\|^2\right)^3 + \det(\nabla u)}\right], \tag{12}$$

$$\lambda^*{}_2^{\,D^2+W^2} = 1 - \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left[\frac{\lambda_2^{\,D^2+W^2}}{tr\left(D^2\right) - \lambda_1^{\,D^2+W^2} - \lambda_3^{\,D^2+W^2}}\right], \tag{13}$$

$$\frac{\lambda^*{}_{cr}^{\,\nabla u}}{\lambda^*{}_{ci}^{\,\nabla u}} = \frac{2}{\pi^2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{\lambda_{cr}^{\,\nabla u}}{\lambda_{ci}^{\,\nabla u}}\right)\right]^2, \tag{14}$$

$$Q_s^{\,*} = \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left(\frac{\left\|\overline{W}\right\|^2 - \left\|D\right\|^2}{\left\|\overline{W}\right\|^2 + \left\|D\right\|^2}\right), \tag{15}$$

$$\Delta_s^{\,*} = \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left[\frac{\left(\left\|\overline{W}\right\|^2 - \left\|D\right\|^2\right)^3 + \det\left(\overline{\overline{\nabla u}}\right)}{\left(\left\|\overline{W}\right\|^2 + \left\|D\right\|^2\right)^3 + \det\left(\overline{\overline{\nabla u}}\right)}\right], \tag{16}$$

$$\lambda^*{}_2^{\,D^2+\overline{W}^2} = 1 - \frac{1}{\pi}\cos^{-1}\left[\frac{\lambda_2^{\,D^2+\overline{W}^2}}{tr\left(D^2\right) - \lambda_1^{\,D^2+\overline{W}^2} - \lambda_3^{\,D^2+\overline{W}^2}}\right], \tag{17}$$

$$\frac{\lambda^*{}_{cr}^{\,\overline{\overline{\nabla u}}}}{\lambda^*{}_{ci}^{\,\overline{\overline{\nabla u}}}} = \frac{2}{\pi^2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{\lambda_{cr}^{\,\overline{\overline{\nabla u}}}}{\lambda_{ci}^{\,\overline{\overline{\nabla u}}}}\right)\right]^2. \tag{18}$$

Ainsi, les critères Q^*, Δ^*, $\lambda^*{}_2^{\,D^2+W^2}$, $Q_s^{\,*}$, $\Delta_s^{\,*}$ et $\lambda^*{}_2^{\,D^2+\overline{W}^2}$ varient entre 0 et 1 et les régions

tourbillonnaires sont comprissent entre 0 e 0,5. De manière analogue, les critères $\lambda^*_{cr}{}^{\nabla u} / \lambda^*_{cr}{}^{\nabla u}$ et $\lambda^*_{cr}{}^{\overline{\nabla u}} / \lambda^*_{ci}{}^{\overline{\nabla u}}$ varient entre 0 et 0,5, étant, les régions tourbillonnaires, comprissent entre 0 et 0,25. En regardant les figures 1.A, B, C et D on observe que les quatre critères permettent d'identifier les tourbillons bien connus représentés par les régions en bleu sur chaque plan du cube aussi bien que les zones de déformation accentuées en rouge. La couleur vert indique des régions où les valeurs de rotation et déformation sont tout à fait proches. On remarque, encore, une forte similitude entre ces quatre résultats. En ce qui concerne les quatre critères objectifs représentés dans les figures 1.E, F, G et H, on constate que ceux-ci sont également capables d'identifier les régions tourbillonnaires. Néanmoins, ces régions sont plus larges et évidentes lorsqu'on utilise les critères objectifs. Enfin on remarque des similitudes entre les quatre résultats objectifs, ainsi que entre les résultats non objectifs et objectifs.

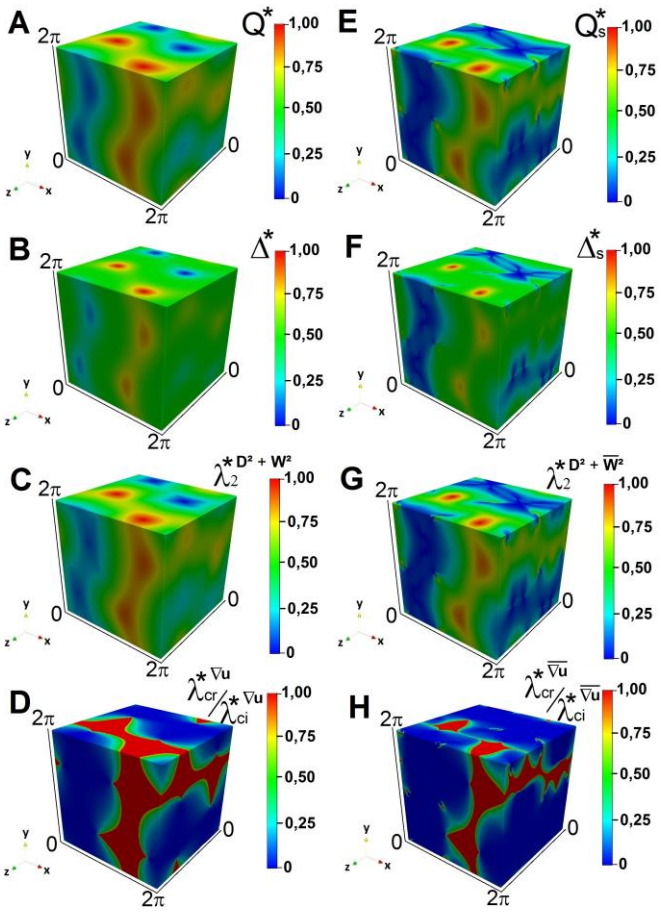

Figure 1 – Contours des critères de classification d'écoulements normalisés pour l'écoulement ABC.

3.2 Les écoulements newtoniens et visco-élastiques turbulents dans un canal plan

Nous présentons, dans cette section, les résultats pour les quatre critères de classification d'écoulements, dans ses versions non objectives et objectives, appliqués aux écoulements turbulents newtoniens et visco-élastiques dans un canal plan. Les champs de vitesses instantanées, nécessaires pour l'application des critères, ont été obtenus grâce à la base de données de simulations numériques directes (*Direct Numerical Simulation* - DNS) présentées par Thais et coauteurs dans divers publications [19, 20]. Cette base de données a été créée à l'aide d'un code de calcul spectral mixte d'ordre élevé massivement parallèle. Pour les simulations visco-élastiques, ce code-là utilise le modèle FENE-P (*Finitely Extensible Non-linear Elastic - Peterlin*).

L'analyse est ici menée pour des nombres de Reynolds frictionnels égaux à 180, 395, 590 et 1000. Pour toutes les simulations visco-élastiques, la longueur maximale de la chaîne polymérique (L) est 100, et le nombre de Weissenberg frictionnel (We_τ) est égal à 115.

Les fluides s'écoulent entre deux plaques planes parallèles, séparées par une distance, $2h$, de 2 [m], suivant la direction y (normale à la paroi). Pour la direction principale de l'écoulement (x, direction *streamwise*) la longueur est de 8π [m], sauf pour les cas dans lesquels $Re_\tau = 1000$, où la longueur est de 6π [m]. Suivant z (direction *spanwise*), la taille du domaine est de 1,5π [m] [19, 20]. D'ailleurs, les longueurs sont toujours indiquées sous la forme adimensionnelle, c'est-à-dire en unités de paroi. Cette adimensionalisation est calculée comme selon les équations suivantes :

$$x^+ = \frac{x}{h}\mathrm{Re}_\tau,\ y^+ = \frac{y}{h}\mathrm{Re}_\tau \text{ et } z^+ = \frac{z}{h}\mathrm{Re}_\tau. \qquad (19)$$

Pour la visualisation tridimensionnelle des critères, nous présentons le domaine coupé à la moitié dans la direction normale à la paroi, et jusqu'à 3,5π [m] dans la direction principale. Concernant les analyses bidimensionnelles, les résultats sont présentés sur un plan x-y situé à la moitié de la longueur suivant z.

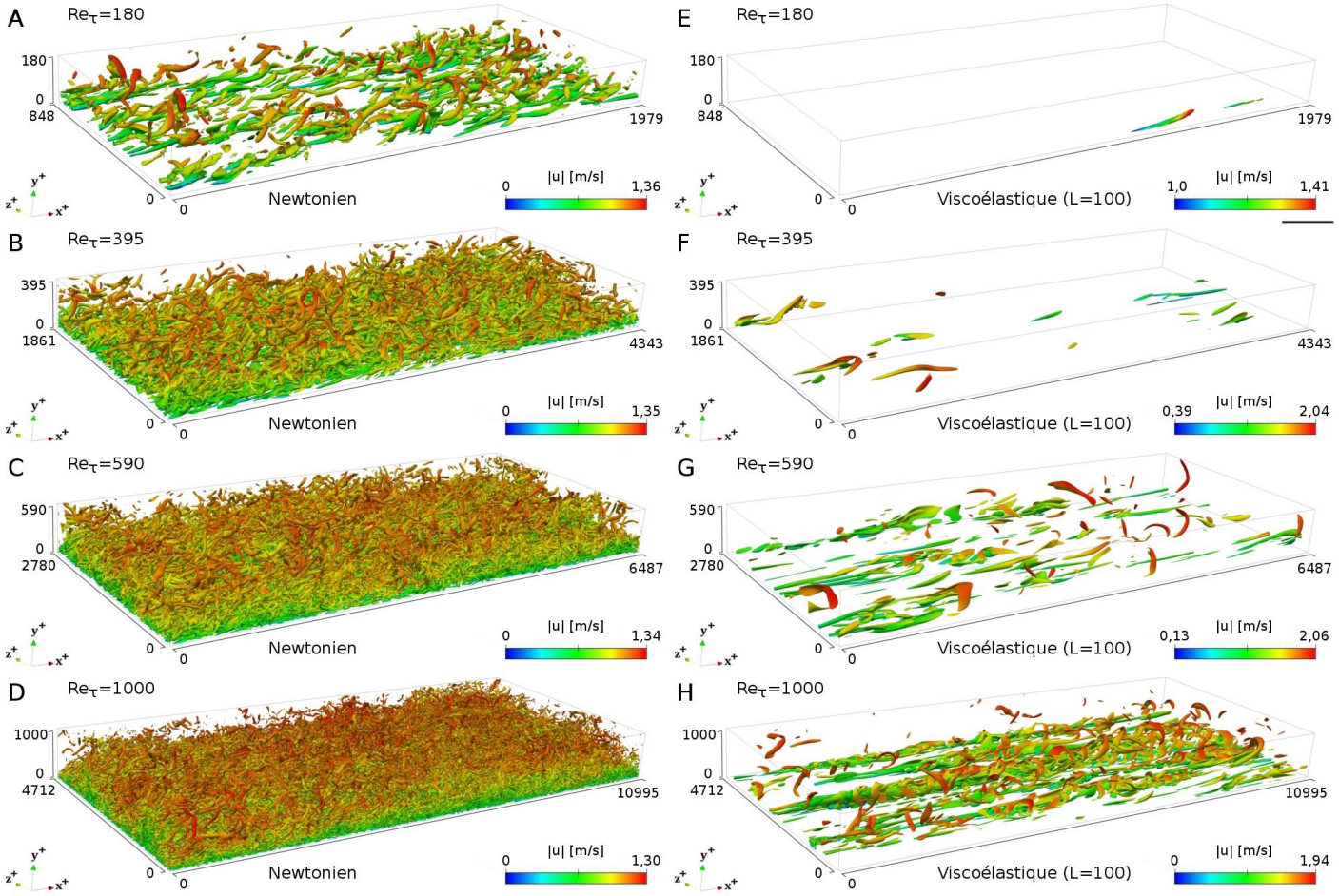

Figure 2 – Iso-contours du critère Q = 1,5 appliqué aux écoulements newtoniens (à gauche) et visco-élastiques avec L = 100 et We_τ = 115 (à droite) pour de divers Re_τ (180, 395, 590 et 1000) dans un canal plan.

La figure 2, divisée en deux colonnes et en quatre lignes, montre des iso-contours des structures cohérents obtenus en utilisant le critère $Q = 1{,}5$ à partir des champs de vitesses des écoulements turbulents des fluides newtonien (à gauche) et visco-élastique (à droite). Les structures cohérentes sont colorées à partir de la norme locale du vecteur vitesse instantanée, $\|\boldsymbol{u}\|$. Le nombre de Reynolds frictionnel, Re_τ (180, 395, 590 et 1000), varie en fonction des lignes de la figure. En ce qui concerne les écoulements des fluides newtoniens, on observe dans les figures 2A, B, C et D, à gauche, l'augmentation substantielle de la quantité de structures tourbillonnaires à mesure que Re_τ devient plus grand, une conséquence directe de l'intensification de la turbulence. En analysant les figures 2E, F, G et H, à droite, concernant les écoulements viscoélastiques, on remarque que l'addition de polymères provoque une forte suppression des vortex [9, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. Même si la quantité de vortex augmente avec Re_τ, ces structures deviennent beaucoup moins nombreuses par rapport au cas newtonien en fonction de l'action des polymères. On souligne encore que les polymères rendent la morphologie des tourbillons plus étirée, comme montrent Kim, Adrian, Balachandar et Sureshkumar [26].

La figure 3 présente une comparaison des structures cohérents observées en utilisant les critères Q, Δ, $\lambda_2^{D^2+W^2}$ et $\lambda_{ci}^{\nabla u}$ (à gauches) et leurs versions objectives Q_s, Δ_s, $\lambda_2^{D^2+\overline{W}^2}$ et $\lambda_{ci}^{\overline{\nabla u}}$ (à droite). Le nombre de Reynolds frictionnel est fixe et égal à 180. Le fluide est newtonien. Les images sont colorées à partir de la norme locale du vecteur vitesse instantanée, $\|\boldsymbol{u}\|$. En regardant les figures 3A, B, C et D, à gauche, on voit qu'il est possible d'obtenir les mêmes structures cohérentes en adoptant n'importe quel critère non objectif analysé ici. Lorsqu'on se concentre sur les figures 3E, F, G et H relatives aux critères objectifs, pourtant, remarque pas clairement l'apparition d'*hairpins*.

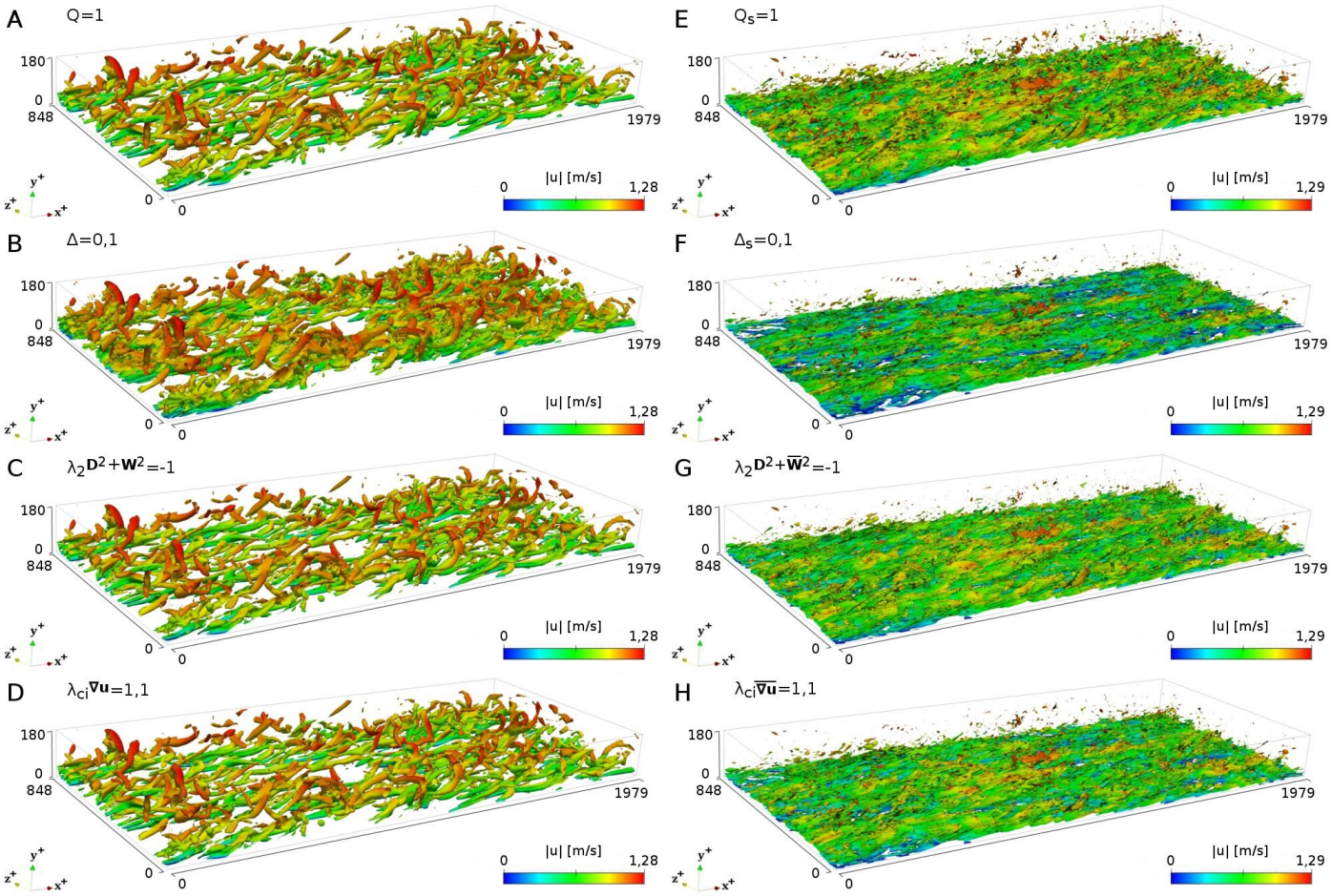

Figure 3 – Iso-contour des critères Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} appliqués aux cas newtoniens (à gauche) et visco-élastiques avec L = 100 et We_τ = 115 (à droite) dans un canal plan (Re_τ = 180).

Afin de mieux comprendre les similitudes et les différences entre les résultats non objectifs et objectifs, on analyse les contours de ces huit critères normalisés (selon les équations de 11 à 18) dans un plan *x-y* situé au milieu du canal plan, comme représenté sur la figure 4. Le nombre de Reynolds frictionnel est égal 180 pour toutes les sous-figures.

Du côté gauche de la figure 4, on voit des contours obtenus à partir des critères de classification d'écoulements non objectifs appliqués aux cas newtonien (les images A, C, E et G) et visco-élastique (les images B, D, F et H). En confrontant, tout d'abord, les cas newtoniens, on remarque des contours tout à fait similaires entre les critères Q^* (fig. 4A), Δ^* (fig. 4C) et $\lambda_2^{*\,D^2+W^2}$ (fig. 4E). De manière générale, ces trois figures-là sont dominées par des régions en vert (où la rotation et la déformation ont une intensité similaire), en présentant une dispersion des quelques petites régions en jaune et en rouge (où la déformation est accentuée) et encore moins de régions tourbillonnaires en bleu. Tout proche de la paroi, où $0 < y^+ < 20$, (la région concernant la *viscous layer*, $0 < y^+ < 5$, et la quasi-totalité de la *buffer layer*, $5 < y^+ < 30$), on remarque que la rotation et la déformation présentent des valeurs proches. À mesure que la distance de la paroi augmente, on observe l'apparition de régions tourbillonnaires et de haute déformation situées dans la *log law layer*. Encore sur les cas newtoniens, on voit des régions en bleu, en vert et en rouge également dispersées sur la figure 4G qui expose les contours du critère non objectif $\lambda_{cr}^{*\,\nabla u} / \lambda_{ci}^{*\,\nabla u}$. Ensuite, encore du côté gauche et confrontant les figures 4A et B, il est possible d'observer les effets de l'addition des polymères sous la lumière du critère Q^*. Comme cela a été vu auparavant, les polymères suppriment des régions tourbillonnaires, ce qui rend le plan *x-y* dans la figure 4B complètement vert entre $0 < y^+ < 90$. Cela nous semble être tout à fait lié à l'élargissement de la *buffer layer* [9, 25, 26, 29] qui résulte de l'étirement des chaînes polymériques dans cette région et qui provoque, entre autres, la diminution de la *log law layer* et la réduction de la traînée. On observe ces mêmes phénomènes-là lorsqu'on compare les figures 4C et D, les figures 4E et F et les figures 4G et H. Enfin, en passant au côté droit de la figure 4, on voit

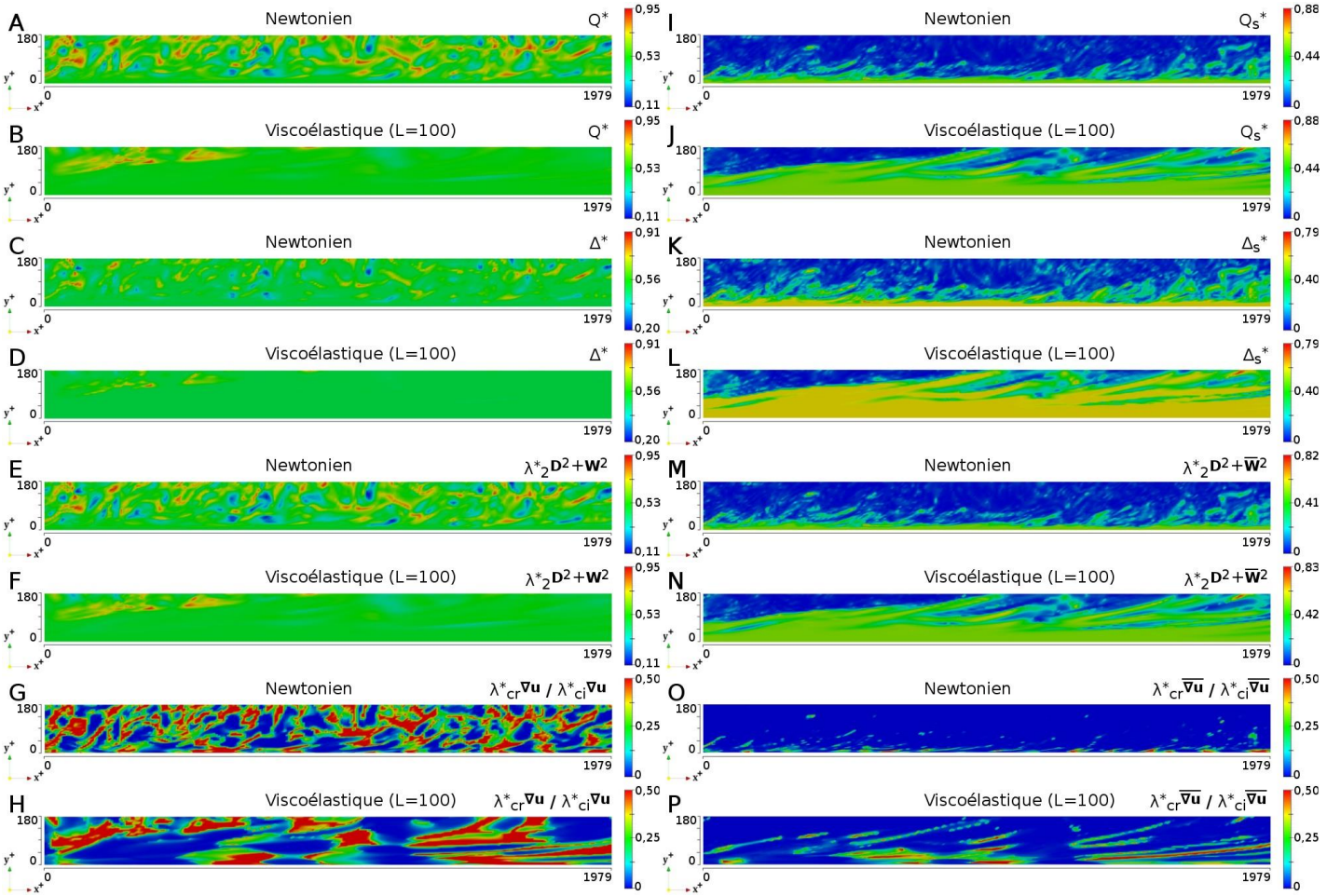

Figure 4 – Contour des critères non objectif (à gauche) et objectifs (à droite) sur un plan *x-y* au milieu du canal ($Re_\tau = 180$).

des contours obtenus à partir des critères de classification d'écoulements objectifs appliqués aux cas newtonien (les images I, K, M et O) et visco-élastique (les images J, L, N et P). En confrontant, tout d'abord, les cas newtoniens, on remarque des contours similaires entre les critères Q_s^* (fig. 4I), Δ_s^* (fig. 4K), $\lambda_2^{*\,D^2+\overline{W}^2}$ (fig. 4M) et $\lambda_{cr}^{*\,\overline{\nabla u}} \Big/ \lambda_{ci}^{*\,\overline{\nabla u}}$ (fig. 4O). Différemment de ce que l'on constate en utilisant des critères non objectifs, ces quatre figures-là sont presque totalement remplies par des régions tourbillonnaires (en bleu). Tout proche de la paroi, où $0 < y^+ < 20$, on remarque que la rotation et la déformation présentent des valeurs proches (en vert). Cependant, à mesure que la distance de la paroi augmente, la rotation devient plus accentuée et des régions tourbillonnaires deviennent plus nombreuses. Ensuite, mais encore du côté droit, on confronte les figures 4I et J. Il est possible d'observer les effets de l'addition des polymères dans l'optique du critère Q_s^*. Comme vu pour l'analyse des résultats non objectifs, les polymères font disparaitre une grande partie des régions tourbillonnaires, ce qui rend le plan *x-y* dans la figure 4J complètement vert entre $0 < y^+ < 90$. Cela nous semble être lié, encore une fois, à l'élargissement de la *buffer layer* [9, 25, 26, 29] qui résulte de l'étirement des chaînes polymériques dans cette région et qui provoque, entre autres, la suppression la *log law layer* et la réduction de la traînée. On remarque ces mêmes phénomènes lorsqu'on compare les figures 4K et L, les figures 4M et N et les figures 4O et P.

La figure 5 est similaire à la figure 4, sauf que le nombre de Reynolds frictionnel est égal à 1000. Néanmoins, toutes les remarques liées à la figure 4 sont également valables pour la figure 5. Il est important de mentionner, encore, que les résultats qu'on obtient en utilisant les critères objectifs Q_s^*, Δ_s^*, $\lambda_2^{*\,D^2+\overline{W}^2}$ et $\lambda_{cr}^{*\,\overline{\nabla u}} \Big/ \lambda_{ci}^{*\,\overline{\nabla u}}$ semblent visuellement plus proches des images obtenues expérimentalement à travers de l'utilisation de PIV (*Particle Image Velocimetry*) ou de l'injection de fumée [30].

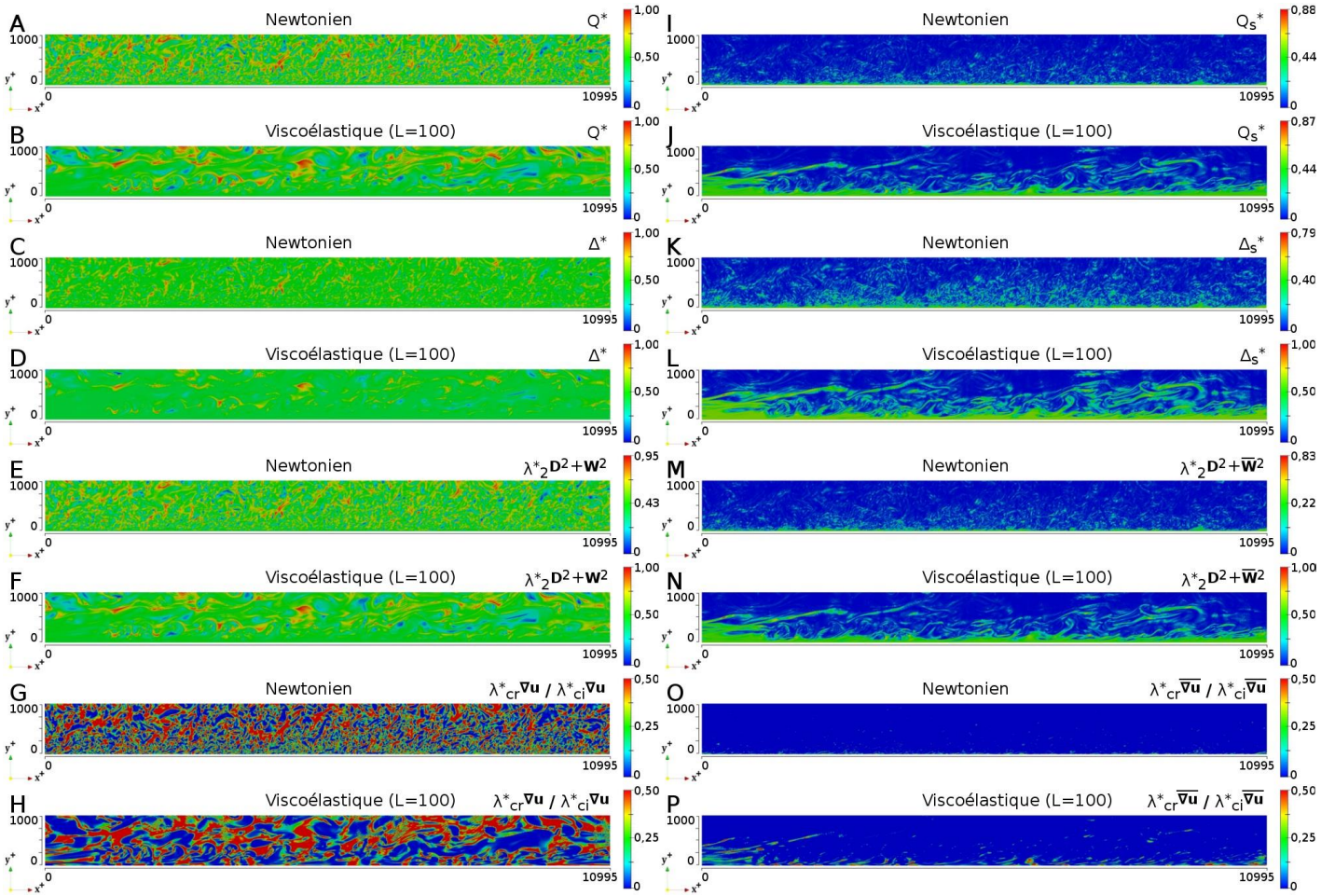

Figure 5 – Contour des critères non objectifs (à gauche) et objectifs (à droite) sur un plan *x-y* au milieu du canal (Re_τ = 1000).

4. La conclusion

Dans le présent travail, nous proposons une redéfinition objective pour les quatre critères classiques Q, Δ, λ_2 et λ_{ci} en utilisant le concept de taux de rotation relatif, $\overline{W}$.

Des analyses préliminaires sont effectuées sur l'écoulement d'Arnold-Beltrami-Childress (ABC) transitoire présentant un champ de vitesse analytique donné par des fonctions trigonométriques circulaires. Les résultats obtenus en utilisant des critères non objectifs et objectifs sont proches. Cependant, on observe que les régions tourbillonnaires sont plus larges et évidentes lorsqu'on utilise les quatre critères objectifs.

Les huit critères de classification d'écoulements sont appliqués aux champs de vitesses instantanés obtenus par simulation numérique directe d'écoulements newtoniens et visco-élastiques turbulents en canal plan. L'analyse est ici menée pour quatre nombres de Reynolds frictionnels (Re_τ = 180, 395, 590 et 1000). On constate, à traves de l'utilisation des critères non objectifs, que la quantité d'*hairpins* augmente substantiellement à mesure que Re_τ devient plus élevé. L'addition de polymères supprime une grande partie des structures tourbillonnaires, en rendant leur morphologie plus étirée. On n'observe pas clairement d'*hairpins* quand on utilise les redéfinitions objectives des vortex proposées ici. En revanche, l'analyse des contours de ceux-ci dans un plan *x-y* situé au milieu du canal nous montre que l'écoulement turbulent d'un fluide newtonien est, en effet, dominé par de régions tourbillonnaires (en bleu), en présentant, pourtant, une petite couche placée entre $0 < y^+ < 20$ où la rotation et la déformation présentent des valeurs d'intensité proches (en vert). À mesure que l'écoulement devient visco-élastique, cette couche en vert augmente ($0 < y^+ < 90$), ce qui résulte de l'étirement des polymères situé dans la *buffer layer*, en générant une suppression de la *log law layer* et une réduction de la traînée. Enfin, il est important de mentionner que les résultats qu'on obtient en utilisant les critères objectifs semblent visuellement plus proches des images obtenues expérimentalement à travers de l'utilisation de PIV ou de l'injection de fumée.

5. Les remerciements

Nous souhaiterions vivement remercier Monsieur Laurent Thais pour avoir mis les résultats des simulations à notre disposition et surtout pour sa grande disponibilité lors de nos discussions sur les orientations de la recherche et des résultats. Nous remercions profondément Madame Emmanuelle Leroy de nous avoir gentiment aidé en travaillant sur la correction de ce texte-là. Nous souhaiterions remercier également le Conseil Brésilien « CNPq » (Conseil National pour le Développement Scientifique et Technologique) pour avoir soutenu financièrement cette recherche.

6. Les références

[1] Hunt J. C. R., Wray A. A. and Moin P. Eddies, Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. *Center for Turbulence Research Report CTR-S88* (1988).

[2] Chong, M. S., Perry, A. E. and Cantwell, B. J. A general classification of three-dimensional flow fields, *Physics of Fluids A*, 2 (5), 765-777 (1990).

[3] Jeon, J. and Hussain F., On the identification of a vortex, *Journal of Fluid Mechanics*, 285, 69-94 (1995).

[4] Zhou, J., Adrian, R. J., Balanchandar, S. and Kendall, T. M. Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 387 353-396 (1999).

[5] Lugt, H. J. The dilemma of defining a vortex. *Recent Developments in Theoretical and Experimental Fluid Mechanics* (ed. U. Muller, K. G. Riesner & B. Schmidt), 309–321, Springer (1979).

[6] Cucitore, R., Quadrio, M. and Baron, A. On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 18, 261–282 (1999).

[7] Haller, G. An objective definition of a vortex, *J. Fluid Mech.*, 525, 1-26 (2005).

[8] Astarita, G. Objective and generally applicable criteria for flow classification, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 6, 69-76 (1979).

[9] Lumley, L. Drag reduction by additives, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1, 367-384 (1969).

[10] Frank, F. C. and Mackley, M. R. Localized flow birefringence of polyethylene oxide solutions in a two roll mill, *J. Polym. Sci.*, 14, 1121-1131 (1976).

[11] Schunk, P. R. and Scriven, L. E. Constitutive equation for modeling mixed extension and shear in polymer solution processing, *J. Rheol.*, 34 (7), 1085-1117 (1990).

[12] Thompson, R. L. and Souza Mendes, P. R. Persistence of straining and flow classification, *Int. J. Engng. Sci.*, 43 (1-2), 79-105 (2005).

[13] Tabor, M. and Klapper, I. Stretching and alignment in chaotic and turbulent flows, *Chaos, Solutions and Fractals*, 4 (6), 1031-1055 (1994).

[14] V. I. Arnold. Sur une propriété topologique des applications globalement canoniques de la mécanique classique. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 261, 3719-3722 (1965).

[15] S. Childress. *Courant institute reports. AFORS*, 67, 0124 and 0976 (1967).

[16] Dombre, T., Frisch, U., Greene, J.M., Henon, M., Mehr A. and Soward A. M. Chaotic streamlines in the abc flows. *J. Fluid Mech.*, 167, 353-391 (1986).

[17] Friedlander, S. and Vishik, M. M. Instability criteria for the flow of an inviscid incompressible fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 66, 2204-2206 (1991).

[18] Lifschitz, A. Essential spectrum and local instability condition in hydrodynamics. *Phys. Lett. A*, 152, 199-204 (1991).

[19] Thais, L. Martínez, A.E.T., Gatski, T.B. and Mompean G. A massively parallel hybrid scheme for direct numerical simulation of turbulent viscoelastic channel flow. *Computers & Fluids*, 43, 134-142 (2011).

[20] Thais, L., Gatski, T.B. and Mompean G. Some dynamical features of the turbulent flow of a viscoelastic fluid for reduced drag. *Journal of Turbulence*, 13, 1-26 (2012).

[21] Virk, P.S. Drag reduction fundamentals. *AIChE J.* 21, 625-656 (1975).

[22] Tabor, M. and de Gennes, P.G. A cascade theory of drag reduction, *Europhys. Lett.*, 7, 519-522 (1986).

[23] Ryskin, G. Turbulent drag reduction by polymers: a quantitative theory. *Phys. Rev. Lett.*, 59, 2059-2062 (1987).

[24] Moussa, T. and Tiu, C. Factors affecting polymer degradation in turbulent pipe flow. *Chem. Eng. Sci.*, 49 1681-1692 (1994).

[25] Dubief, Y., White, C.M., Terrapon, V.E., Shaqfeh, E.S.G., Moin, P. and Lele, S.K. On the coherent drag-reducing and turbulence-enhancing behaviour of polymers in wall flows. *J. Fluid Mech.*, 514, 271-280 (2004).

[26] White, C.M. and Mungal, M.G. Mechanics and prediction of turbulent drag reduction whit polymer additives. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 40, 235–256 (2008).

[27] Pereira, A.S. and Soares, E.J. Polymer degradation of dilute solutions in turbulent drag reducing flows in a cylindrical double gap rheometer device. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 179-180, 9-22 (2012).

[28] Kim, K., Adrian, R.J., Balachandar, S. and Sureshkumar, R. Dynamics of Hairpin Vortices and Polymer-Induced Turbulent Drag Reduction. *Physical Review Letters*, 100, 134504-1 (2008).

[29] Dimitropoulos, C.D., Sureshkumar, R. and Beris A.N. Direct numerical simulation of viscoelastic turbulent channel flow exhibiting drag reduction effect of the variation of rheological parameters[1] *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 79, 433-468 (1998).

[30] Cantwell, B., Coles, D. and Dimotakis, P. Structure and entrainment in the symmetry of a turbulent spot, *J. Fluid. Mech.*, 87, 641-672 (1978).

Application of identification criteria for coherent structures in viscoelastic turbulent channel flows

R. S. Martins [a], A. S. Pereira [a], G. Mompean [a] and R. L. Thompson [b]

[a] *Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), École Polytechnique Universitaire de Lille, Université des Sciences et Technologies de Lille*
[b] *Laboratório de Mecânica Teórica Aplicada (LMTA), Universidade Federal Fluminense, UFF (Brésil)*

Abstract: Turbulent flows present several compact and instantaneously coherent regions generically known as *coherent structures*. It is known that the dilution of an elastic polymer in a Newtonian solvent increases the size of such structures. The understanding of these structures is closely related to the concept of vortex, whose definition is still the subject of controversy within the scientific community. In particular, the role of objectivity (the invariance towards the movement of the observer) in the definition of the vortex remains a largely open question. However, four usual criteria for the identification of coherent structures, namely Q, Δ, λ_2 and λ_{ci}, are non-objective since they all use the fluid's rate of rotation, which depends on the observer. In the present work, we propose an objective redefinition for these four classic criteria by using the concept of relative rate of rotation defined as the difference between the usual rate of rotation and the angular velocity of the eigenvectors of the strain tensor. Preliminary analyses are performed with the analytical velocity field given by circular trigonometric functions that form the so called Arnold-Beltrami-Childress (ABC) flow. Then, the eight criteria are applied to the instantaneous velocity fields obtained by direct numerical simulation (DNS) of both Newtonian and viscoelastic turbulent channel flows. The analysis will be carried out here for four frictional Reynolds numbers (Re_τ = 180, 395, 590 and 1000), emphasizing the difference between objective and non-objective identification criteria, as well as between Newtonian and non-Newtonian flows.

Keywords: Coherent structures in turbulence; viscoelastic fluid; objectivity; channel flow.

Abridged Version: In the present work, we propose a preliminary investigation of objective definitions of a vortex based on the four classic criteria Q, Δ, λ_2 and λ_{ci}. The importance of objectivity for flow classification criteria is pointed by Astarita [8], leading to several works [7, 12, 13] that discuss the role of invariance of the entities used to such classifications – the rate of deformation, D, and the rate of rotation, W. In order to analyze objectivity, we use the concept of relative rate of rotation, $\overline{W}$, which takes into account the angular velocity of the eigenvectors of D.

Preliminary results for an ABC flow field [14, 15] show to be close when comparing objective and non-objective criteria. Nevertheless, vortex regions seem to be larger and clearer for the four objective criteria. Such results are summarized in Fig. 1.

The eight criteria are then applied to the instantaneous velocity fields obtained by direct numerical simulation (DNS) of both Newtonian and viscoelastic turbulent channel flows. The analysis are carried out here for four frictional Reynolds numbers (Re_τ = 180, 395, 590 and 1000). Concerning non-Newtonian simulations, the maximum polymer extension (L) considered is 100 and the frictional Weissenberg number (We_τ) is 115. By applying the non-objective criteria, we could observe that the amount of hairpins grows as the Re_τ increases. On the other hand, the addition of polymers suppresses a great amount of eddy structures and stretches its morphology. Such behaviors may be observed by analyzing Fig. 2, which depicts the isocontours for the Q criterion for Newtonian and viscoelastic flows. Moreover, hairpin vortices are not clearly observed when the objective redefinitions of vortex proposed here are used.

However, when analyzing the contours on an x-y plan in the middle of the channel (Figs 3 and 4), one can notice that the turbulent flow of a Newtonian fluid is, in fact, dominated by eddy regions (in blue), containing, though, a thin layer placed between $0 < y^+ < 20$ where rotation and deformation present similar intensity (in green). As the flow becomes viscoelastic, this green layer increases ($0 < y^+ < 90$) due to the stretching of polymers situated in the buffer layer [9, 25, 26, 29], which causes the suppression of the log law layer and drag reduction.